

# ASTROFISICA GENERAL

Facultad de Ciencias

Universidad Nacional Autónoma de México

Prof: Dr. José Antonio García Barreto

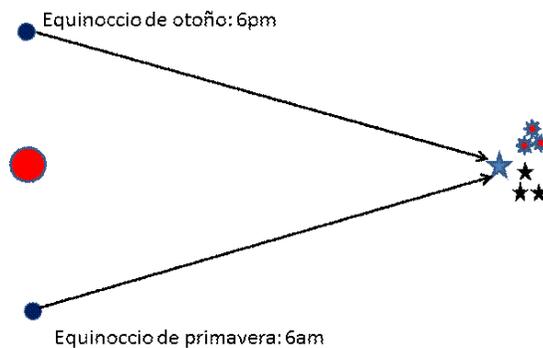
## SOLUCIÓN

1. Para un observador (fijo en un lugar en la Tierra) los planetas Marte, Júpiter y Saturno presentan principalmente 4 movimientos aparentes sobre la bóveda celeste.

- a) El primer movimiento aparente, es que Marte, Júpiter y Saturno aparecen por el oriente, y se ocultan por el poniente. En ciertas épocas se pueden observar pasando por el meridiano del observador a media noche. La posición de Marte, Júpiter, y Saturno cambia con el tiempo, pero ese cambio es constante. Es decir, este primer movimiento aparente tiene una velocidad,  $v = \text{constante}$ , por lo tanto, no tiene aceleración ni positiva, ni negativa. Las diferentes posiciones que ocupan Marte, Júpiter y Saturno en la bóveda Celeste desde que sale hasta que se oculta es muy cercano a la línea imaginaria por donde viaja el Sol por la bóveda celeste, es decir, *la eclíptica* (pero no coincide exactamente). El primer movimiento aparente de Marte, Júpiter y Saturno no es azaroso.
- b) El segundo movimiento aparente, es que Marte, Júpiter y Saturno, se mueven norte sur, sur norte similar al segundo movimiento del Sol. Salen por el oriente en la zona sur (ángulo azimutal menor que digamos  $40^\circ$  para un observador en el hemisferio norte de la Tierra) en una época y para cada *día*, salen en diferente posición desplazándose hacia el norte aparentemente siempre muy cerca del Sol. En ese punto, aparentemente, Marte, Júpiter y Saturno vuelven a salir en diferentes posiciones para cada *día* con ángulos azimutales menor que  $90^\circ$  siempre cerca del Sol, hasta que llega al mismo ángulo azimutal mínimo (en el sur) al inicio del ciclo. Este movimiento de Marte Júpiter, y Saturno no es azaroso.
- c) El tercer movimiento de Marte, Júpiter y Saturno, es que se mueve aparentemente en dirección retrógrada con respecto al primer movimiento, es decir, de poniente a oriente. Su desplazamiento es constante con respecto al tiempo, es decir, se mueve aproximadamente un cierto ángulo (mucho menor que el de la Luna) por cada *ciclo corto* (de  $24^h$ ).
- d) El cuarto movimiento de Marte, Júpiter y Saturno, es que adicionalmente al tercer movimiento, aparentemente se mueven otra vez de oriente hacia el poniente, durante varios *ciclos cortos* (de 24 hrs) y después, aparentemente vuelven a su movimiento retrógrado de poniente a oriente. Este cuarto movimiento aparente de Marte, Júpiter y Saturno fue muy difícil de explicar y puso en jaque a todos los astrónomos de la antigüedad incluyendo Ptolomeo.

2. Se dice Aristóteles toma la idea de Anaxágoras en la cual la Tierra es la que se mueve y la bóveda celeste está fija (modelo heliocéntrico). Aristóteles propone que si la Tierra se traslada alrededor del Sol en una órbita circular, un observador en la Tierra, digamos en el día del equinoccio de primavera, puede ver a una estrella X cercana a **unas** estrellas (digamos en la dirección del meridiano del observador, a las 6am). El mismo observador seis meses después (en el equinoccio de otoño) puede ver a esa misma estrella X en la dirección del meridiano, a las 6pm, pero debería verla cercana a **otras** estrellas. A éste tipo de observación se le conoce como “**paralaje**” estelar.

Ninguno de sus estudiantes, ni él mismo pudieron detectar este paralaje estelar con el ojo (sin ayuda de telescopios, porque todavía no se inventaba la producción de lentes).



Por lo tanto, Aristóteles concluyó que la Tierra no se traslada alrededor del Sol, y se queda con el modelo Geocéntrico (con la Tierra fija, y la bóveda celeste moviéndose).

3. Aristarco de Samos hizo las siguientes 4 suposiciones en su método para la determinación de las distancias relativas entre la Tierra y Luna y entre Tierra y Sol:
1. La Luna se traslada alrededor de la Tierra en una órbita con forma circular, es decir, a una distancia constante de la Tierra.
  2. La Luna se traslada alrededor de la Tierra con una velocidad angular constante, y
  3. El Sol se encuentra a mayor distancia de la Tierra, en comparación con la distancia de la Tierra a la Luna, pero no tan lejos, de tal manera que sus rayos de luz llegan en forma divergente.
  4. Un observador en la Tierra verá una línea recta (paralela a la línea imaginaria del observador a la Luna) que separa el área iluminada del área oscura solamente si esa línea es perpendicular a la línea imaginaria de los rayos del Sol hacia la Luna. Eso ocurre en la fase de la Luna conocida como *Cuarto Creciente* y en *Cuarto Menguante*. Esa línea imaginaria desde el observador a la Luna **no es perpendicular** a la línea imaginaria entre el Sol y la Tierra, sino que está desplazada un ángulo  $\beta$ .

a) Si la circunferencia de la órbita de la Luna es  $360^\circ$  y la recorre en 29.5 días, entonces la Luna recorre en un día el ángulo  $360 : 29^d. 5 :: x : 1$ , por lo tanto  $x = 360 / 29.5$  La luna se mueve un ángulo en un día de  $x = 12^\circ. 2$  (1).

b) Si la circunferencia de la órbita de la Luna es  $360^\circ$  y la recorre en 29.5 días, y el día tiene 24 horas, el ángulo que se mueve la Luna en 1 hora es  $12^\circ. 2 : 24^h :: x^\circ : 1^h$ , por lo tanto  $x = 12.2 * 1/ 24$ . El ángulo que se mueve la Luna en una hora es  $x = 0^\circ. 508$  (2).

$$c) (ST)^2 = (SL_1)^2 + (TL_1)^2 \quad (3a)$$

$$ST = TL \sqrt{\left(\frac{SL_1}{TL}\right)^2 + 1} \quad (3b)$$

$$\frac{TS}{TL} = \sqrt{\left(\frac{SL_1}{TL}\right)^2} \quad (3c)$$

$$d) \theta \text{ es el ángulo } TSL_1, \text{ entonces } \tan \theta = \frac{TL}{SL_1} \quad (4)$$

$$e) \frac{TS}{TL} = \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \theta} + 1} \quad (5)$$

Se sabe que  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  por lo tanto

$$\frac{TS}{TL} = \sqrt{\frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} + 1} \quad (6)$$

$$\frac{TS}{TL} = \sqrt{\frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta}} \quad (7)$$

$$\frac{TS}{TL} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta}} \quad (8)$$

$$\text{Finalmente, } \frac{TS}{TL} = \csc \theta . \quad (9)$$

$L_2L_1 = 180 - 2\beta$ ,  $L_1L_2 = 180 + 2\beta$ . Por lo tanto  $L_1L_2 - L_2L_1 = 4\beta$ . En el caso de que la diferencia de tiempo sea de  $20^h$ ,  $\beta = 5^h$ . Con el periodo de traslación de 29.5 días,  $\beta \sim 2^\circ. 5$ . Pero sabemos (de clase que  $\theta = \beta$ ). Los ángulos  $STL_1$  y el ángulo  $STL_2$  deben ser  $87^\circ. 5$ . Substituyendo valores,  $\frac{TS}{TL} = \frac{1}{\sin 2^\circ. 5}$

Finalmente  $TS \sim 22.6 TL$

5.  $L_2L_1 = 180 - 2\beta$ , entonces  $L_2L_1 = 175$  y  $L_2L_1 = 14^d. 34$ .

$L_1L_2 = 180 + 2\beta$ , entonces  $L_1L_2 = 185$  y  $L_2L_1 = 15^d. 16$

6. Si la Luna y el Sol subtienden el mismo ángulo en la bóveda celeste, tenemos las expresiones siguientes:

para el Sol,  $\tan \gamma = \frac{DS/2}{TS}$ ; para la Luna,  $\tan \gamma = \frac{DL/2}{TL}$

por lo tanto, si los lados izquierdos de las expresiones son iguales, los lados derechos de las expresiones deben ser iguales, por lo tanto  $\frac{DS}{2} = \frac{DL}{2} \frac{TS}{TL}$ , y si tomamos en cuenta el resultado

del enunciado 4e)  $DS \sim 22.6 DL$ .

7. Periodo de traslación de la Luna igual a 29.5 días, empíricamente el tránsito de la Luna por la sombra de la Tierra es de  $8/3 DL$ , el tiempo total del eclipse de Luna es de  $6^h$ .

a)  $\tan \alpha = \frac{4DL}{3TL}$ , pero  $\alpha \sim 1^\circ.52$ , por lo tanto  $TL = \frac{4}{3 \tan 1^\circ.52} DL$ . Finalmente

$$TL \sim 50 DL$$

b)  $TS \sim 22.6 TL$ , substituyendo la expresión para TL del inciso a),  $TS \sim 1,130 DL$

c) Suponiendo a primer orden de aproximación que la sombra de la Tierra es igual que el diámetro de la Tierra, DT,  $\tan 1^\circ.52 = \frac{DT/2}{TL}$ , por lo tanto  $TL \sim \frac{1}{2 \tan 1^\circ.52} DT$  finalmente

$$TL \sim 19 DT$$

d) Suponiendo a primer orden de aproximación que la sombra de la Tierra es igual que el diámetro de la Tierra,  $\frac{4}{3} DL = \frac{DT}{2}$ , por lo tanto  $DL \sim 0.37 DT$ .

e) Tomando el resultado  $TS \sim 22.6 TL$ , substituyendo el resultado del inciso c)

$$TS \sim 423 DT$$

f) Sabemos que  $DS \sim 22.6 DL$ , y también que  $DL \sim 0.37 DT$ , por lo tanto

$$DS \sim 8.5 DT$$