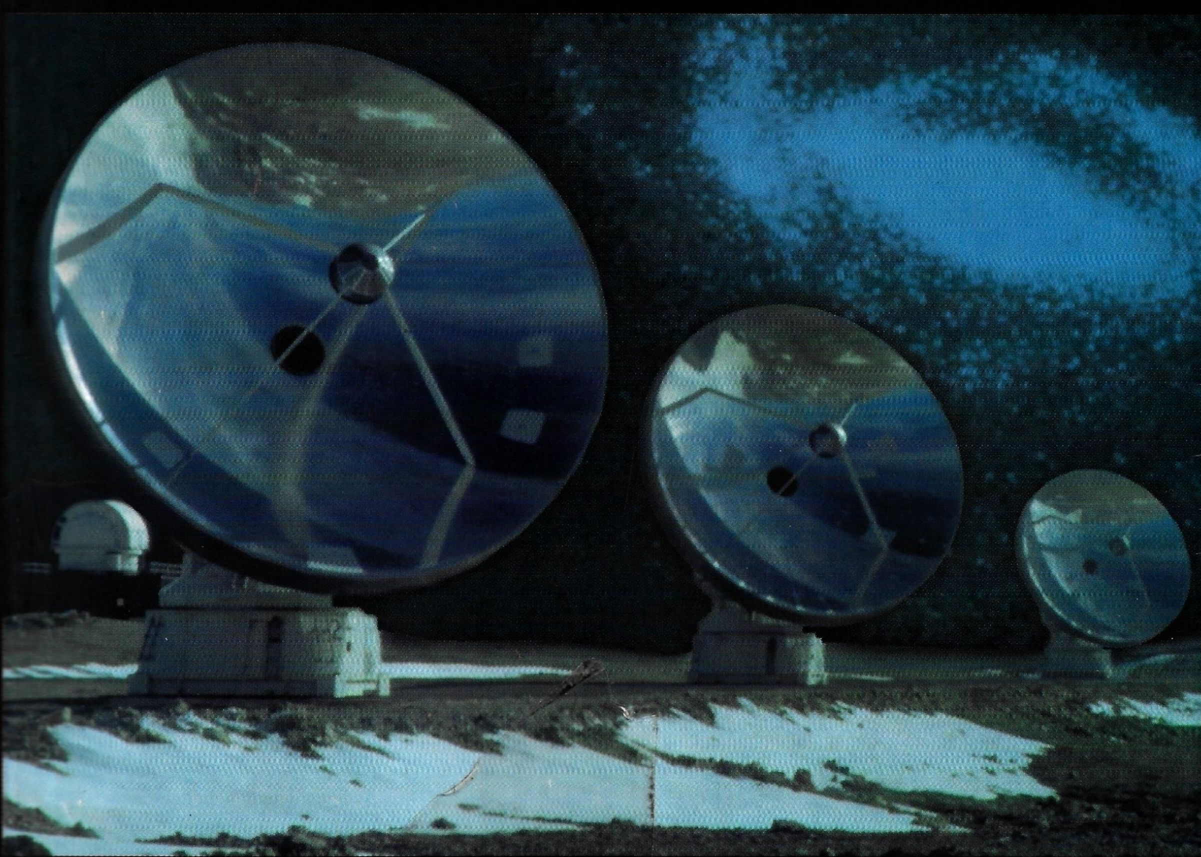
Astronomía básica

JOSÉ ANTONIO GARCÍA BARRETO



QB61/G37

13651

S
AS
ARIAS

TEXTO CIENTÍFICO
UNIVERSITARIO

Primera edición, 2000

Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra
—incluido el diseño tipográfico y de portada—,
sea cual fuere el medio, electrónico o mecánico,
sin el consentimiento por escrito del editor.

D.R. ©, 2000, Universidad Nacional Autónoma de México
Edificio de la Coordinación Científica, circuito exterior,
Ciudad Universitaria, México, D. F.

D.R. © 2000, Fondo de Cultura Económica
Carretera Picacho-Ajusco 227, 14200 México, D.F.

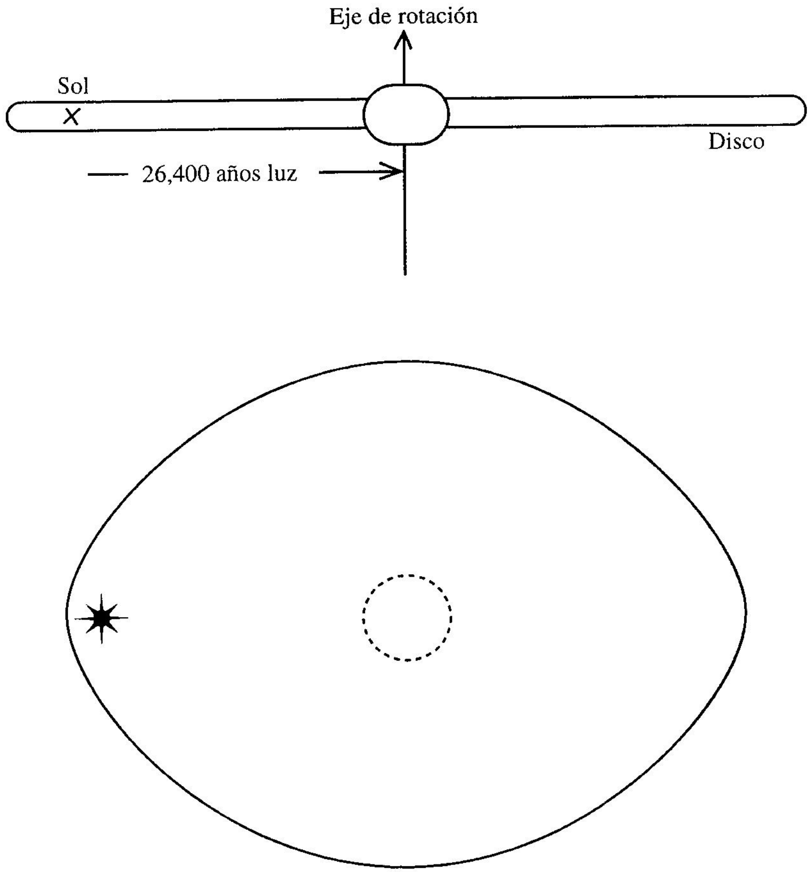
ISBN 968-16-6092-7

Impreso en México

Para ser más prácticos, pensemos en la rotación de nuestra galaxia. Una caricatura de nuestra galaxia vista de canto y vista desde sus polos se aprecia en la figura VIII.13.

Se ha mencionado con anterioridad que la existencia de brazos espirales sugiere que de alguna forma las galaxias espirales *rotan* alrededor de un eje que es penpendicular al plano del disco. Los brazos espirales los definiremos en estas notas de manera práctica, es decir, los brazos espirales delinean regiones donde la densidad de las estrellas brillantes es mayor que la densidad de las regiones adyacentes. Sin embargo, está más allá del alcance de estas notas explicar el origen de dichos brazos, es decir, preguntas como: ¿cómo se forman?, ¿cuántos brazos espirales se forman en cada galaxia: $2, 3, \ldots, n$?, ¿qué ángulo forman esos brazos con un círculo en la base donde se originan?, ¿es ese ángulo igual para cada brazo y es igual en cada galaxia?, ¿sólo existen dos brazos en galaxias espirales con barra?, ¿cómo se forma la barra?, etc., son objeto de estudio de cursos especializados en dinámica galáctica. Para aquellos lectores avanzados e interesados en el tema, pueden consultar los textos de Binney y Tremaine (1987) y Mihalas y Binney (1968).

a)



b)

FIGURA VIII.13. *a*) Posición del Sol en nuestra galaxia si se viera ésta de canto. *b*) Posición del Sol si se viera nuestra galaxia con una inclinación dada.

Nuestro propósito en estas notas es dar una breve introducción al estudio de dinámica galáctica. Para esto supondremos que las galaxias están formadas por un número N de estrellas (aunque pueden ser de diferente tipo espectral) y que éstas rotan alrededor de aquéllas.

Si pensamos en el Sol y deseáramos describir su órbita alrededor del centro de la Galaxia, debemos darnos cuenta de que *a*) la órbita es estable y sobre un plano (el plano de la Galaxia), *b*) el sistema está en equilibrio, ya que el Sol ni es atraído hacia el centro de la Galaxia ni tampoco aumenta la distancia entre el Sol y el centro de la Galaxia. La aproximación más sencilla es considerar una conservación de fuerzas: centrífuga y centrípeta con una masa M, característica de la masa de

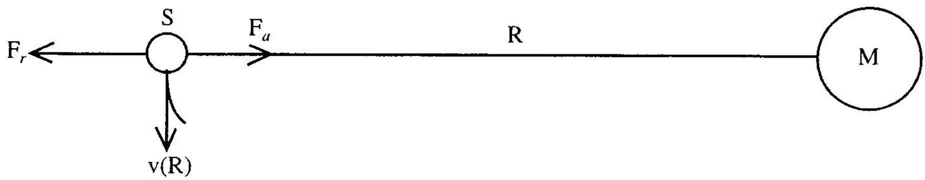


FIGURA VIII.14. Distribución de fuerzas entre el Sol (S) y el centro de la Galaxia (M), considerando que el Sol viaja en órbita circular a una distancia R y con una velocidad lineal $V(R)$.

la Galaxia concentrada en su centro. La órbita sería circular, como se aprecia en la figura VIII.14.

El problema se reduce a resolver las ecuaciones de un problema con fuerza central. La fuerza de atracción (centrípeta) es:

$$F_a = \frac{GM_G M_\odot}{R^2},$$

donde M_G representa la masa total de la Galaxia, $M_\odot$ la masa del Sol y R la distancia del centro de la Galaxia al Sol. La fuerza de repulsión (centrífuga) sería:

$$F_r = M_\odot a_c(R),$$

donde $a_c(R)$ es la aceleración circular calculada a la distancia R. Para una órbita circular sabemos que

$$a_c(R) = \frac{v^2(R)}{R}.$$

El Sol está en equilibrio en su órbita alrededor de la Galaxia, y por lo tanto, la suma de las fuerzas (que en este caso suponemos que están sólo en una dimensión, es decir, en la dirección radial) debe ser cero, o lo que es lo mismo, las fuerzas deben ser iguales. Por lo tanto, tenemos

$$F_r = F_a,$$

y sustituyendo expresiones tenemos

$$\frac{M_\odot v^2(R)}{R} = \frac{GM_G M_\odot}{R^2}.$$

La expresión para la velocidad lineal del Sol a una distancia R del centro de la Galaxia finalmente sería:

$$v_\odot(R_\odot) = \sqrt{\frac{GM_G}{R_\odot}}\,.$$

Esta expresión puede generalizarse a cualquier estrella, que denotaremos por *, la cual se encuentre a una distancia R_* del centro de la Galaxia. Así, la expresión general para la velocidad de rotación de una estrella alrededor de una galaxia con masa M_G en función de la distancia al núcleo sería

$$v_*(R_*) = \sqrt{\frac{GM_G}{R_*}}\,.$$

Esta expresión supone que:

- la masa total de la galaxia está concentrada en el centro de ésta en una región sin dimensiones, es decir, se considera un objeto puntual en el mismo centro de la galaxia, y
- las estrellas tienen órbitas perfectamente circulares alrededor de la galaxia.

Como esta forma de analizar el problema es similar a la manera en que Kepler describía la rotación de los planetas alrededor del Sol, la expresión de la velocidad da origen a la *rotación tipo Kepler* o *rotación kepleriana*. La gráfica de la velocidad (eje vertical) contra distancia (eje horizontal) para valores continuos de R para una galaxia con masa total M_G sería la mostrada en la figura VIII.15.

La rotación kepleriana nos da un modelo básico para la rotación de las estrellas alrededor de una galaxia: las estrellas más cercanas al núcleo rotan con una velocidad lineal muy alta, mientras que las estrellas muy lejanas rotan más lentamente. La velocidad angular de una estrella en el plano de la galaxia a una distancia R del núcleo sería:

$$\Omega(R_*) = \sqrt{\frac{GM_G}{R^3}}\,,$$

o si pensamos solamente en la dependencia de $\Omega(R)$ en R sería:

$$\Omega(R_*) \propto R_*^{-1.5}.$$

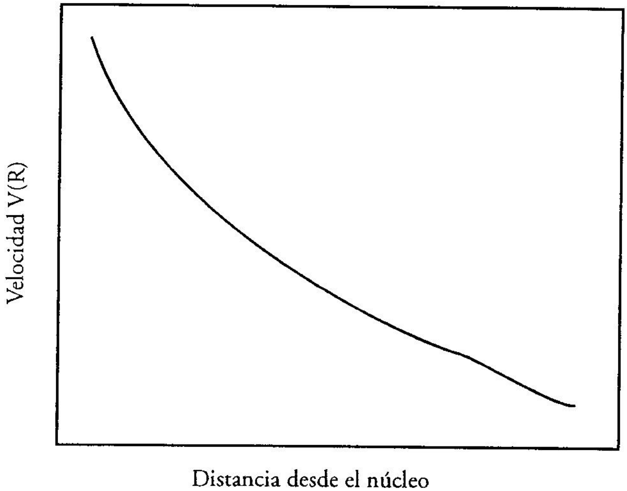


FIGURA VIII.15. Diagrama esquemático que muestra la velocidad (eje vertical) en función de la distancia desde el núcleo (eje horizontal) siempre y cuando la masa central sea puntual. Nótese cómo disminuye la velocidad al aumentar la distancia.

¿Es esta expresión un modelo válido para explicar la rotación de las estrellas alrededor de una galaxia? La figura VIII.16 nos muestra la curva de rotación de nuestra galaxia.

Lo primero que notamos es que la velocidad se mantiene relativamente constante aun a distancias grandes desde el centro de la Galaxia.

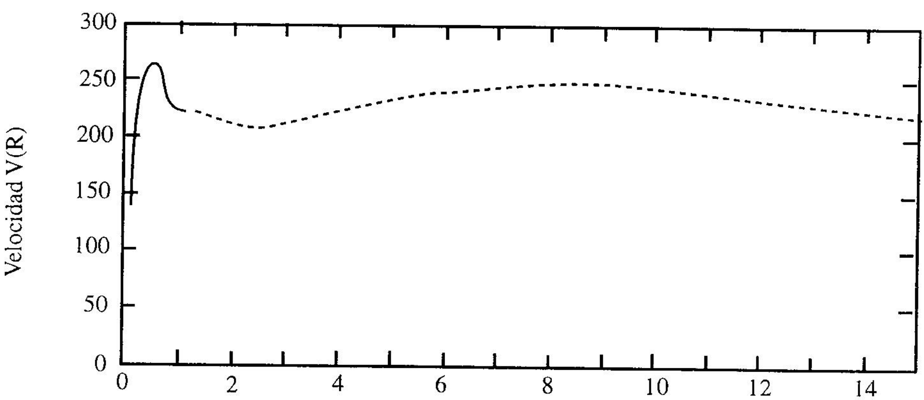


FIGURA VIII.16. Representación esquemática de la curva de rotación de nuestra galaxia. Nótese que la velocidad se mantiene relativamente constante más allá de un radio de 1 kiloparsec.

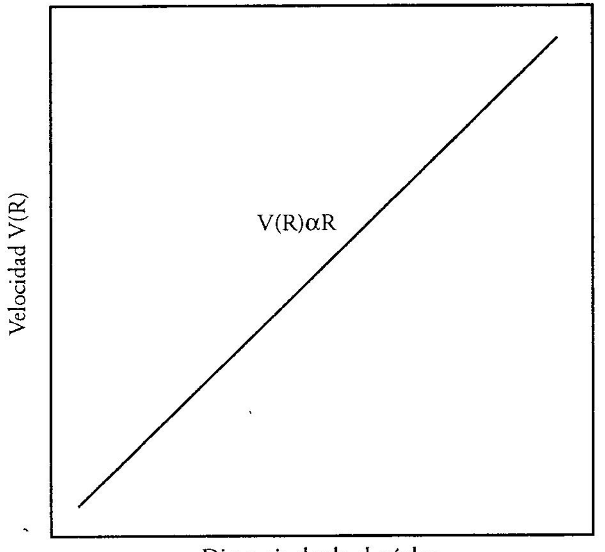


FIGURA VIII.17. Dibujo esquemático de velocidad (eje vertical) contra distancia (eje horizontal) para el caso en el cual la masa central esté distribuida en un radio R. Nótese que en este caso la velocidad siempre aumenta con la distancia.

¿Ocurrirá este comportamiento sólo en nuestra galaxia u ocurre algo similar en otras galaxias? La respuesta se encuentra al observar la figura VIII.17, que muestra curvas de rotación para otras galaxias: la velocidad también es constante a grandes distancias del núcleo.

Estas últimas dos figuras nos indican que el modelo de rotación kepleriana *no* describe completamente lo observado en la realidad.

Al plantear otro modelo que describa la velocidad de rotación de las estrellas alrededor de una galaxia debemos suponer que la masa *no* es puntual, sino que está distribuida uniformemente en una esfera de radio R, es decir $M(R) = 4\pi/3R^3\rho$, donde ρ es la densidad de masa constante de la galaxia. Si sustituimos esta expresión para la masa por la expresión de la velocidad $v(R)$ tenemos:

$$v(R) = R\sqrt{\frac{4\pi}{3}G\rho},$$

es decir, la dependencia de v en R es:

$$V(R) \propto R.$$

Es obvio que este diagrama tampoco representa las curvas de rotación observadas, puesto que la velocidad aumenta siempre con la distancia. Necesitamos entonces de otro modelo.

Pensemos que la energía potencial de una galaxia con masa M a una distancia R es, Φ:

$$\Phi = -\frac{GM}{R} \, .$$

La velocidad circular podría entonces escribirse:

$$v^2(R) = -\Phi,$$

la cual puede escribirse posteriormente aplicando un poco de álgebra y expresándola con símbolos matemáticos:

$$v^2(R) = Rd\Phi/dR.$$

Entonces para describir las curvas de rotación observadas se piensa en nuevas expresiones para el potencial $\Phi(R)$.

Un ejemplo podría ser aquel que considerase que a grandes valores de R la velocidad es constante; entonces:

$$v(R) = \text{constante}$$

implica

$$d\Phi/dR \propto R^{-1},$$

lo cual indica que si realizamos una integración de esta función tendremos

$$\Phi(R) \propto v_0^2 \ln(R) + \text{constante},$$

donde v_0^2 es una constante de integración que se escoge para satisfacer las condiciones iniciales, es decir, para un valor R_0 se tiene una velocidad v_0.

La expresión general para el potencial, denominado potencial logarítmico, es (Binney y Tremaine, 1987):

$$\Phi(R) = \frac{1}{2} v_0^2 \ln\left(R_c^2 + R^2 + \frac{z^2}{q_\Phi^2}\right) + \text{cte.},$$

donde R_c es un radio característico de la galaxia, z describiría la dependencia del potencial en la dirección z, y q_Φ es una constante ≤ 1.

La densidad y el potencial están relacionados mediante la ecuación de Poisson (véase el capítulo VI):

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho,$$

expresión que se puede usar para determinar la distribución de densidad de estrellas y gas en una galaxia, de acuerdo con el potencial dado.