

ASTROFISICA GENERAL

Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México

Prof: Dr. José Antonio García Barreto

1. En una dimensión el flujo de radiación pasando por un área A a lo largo de una diferencial de distancia dx (perpendicular al área), es $I_f = I_0 - kI dx$, pasando I del lado izquierdo, finalmente $dI = -kI dx$. Como las variables I e x, son independientes, se puede escribir $\frac{dI}{I} = -k dx$.

2. Uno puede realizar las integrales del lado izquierdo y del lado derecho y son independientes, $\int \frac{dI}{I}, \int -k dx$.

Del lado izquierdo se tiene $\int_0^{I_f} \frac{1}{I} dI = \ln I_f - \ln I_0 = \ln \left(\frac{I_f}{I_0} \right)$.

Del lado derecho se tiene, si la absorción es constante (caso didáctico) y no depende de la distancia, $\int_0^L -k dx = -kL$.

Igualando las expresiones, se tiene: $\ln \frac{I_f}{I_0} = -kL$. Multiplicando ambos lados por la función inversa del logaritmo natural, es decir, por la función exponencial, tenemos:

$$I_f = I_0 e^{-kL}$$

3. En astronomía, el concepto de espesor óptico en una dimensión, $\sigma(x)$, es la integral de la función de absorción del material a lo largo de la distancia. En términos matemáticos

$$= \int_0^L -k dx.$$

4. En astronomía, *ópticamente grueso*, se refiere, a que el valor de σ es **mucho mayor que 1**, $\sigma \gg 1$. Si se substituye la expresión en general de σ , del ejercicio 7, en la expresión matemática de la solución de la ecuación de transferencia de radiación de una onda, I_0 entrando a un medio con una función de absorción \mathbf{k} , al final de una distancia L , se tiene $I_f = I_0 e^{-\sigma}$. En el límite cuando $\sigma \rightarrow \infty$, se tiene $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} I_f \rightarrow 0$. Cuando un rayo de luz entra a un material con un espesor óptico σ muy grande (ópticamente grueso), la luz es absorbida muy rápidamente en una distancia muy muy corta, y al final de una distancia $x = L$ no sale nada de luz, $I_f = 0$.
5. En astronomía, *ópticamente delgado*, se refiere, a que el valor de σ es **mucho menor que 1**, $\sigma \ll 1$. Si se substituye la expresión en general de σ , en la solución de la ecuación de transferencia de radiación de una onda, I_0 entrando a un medio con una función de absorción \mathbf{k} , al final de una distancia L , se tiene $I_f = I_0 e^{-\sigma}$. En el límite cuando $\sigma \rightarrow 0$, se tiene $\lim_{\sigma \rightarrow 0} e^{-\sigma} \rightarrow 1 - \sigma$ y la solución de la ecuación de transferencia (en una dimensión) queda $I_f = I_0 (1 - \sigma)$. Es decir, cuando un rayo de luz entra a un material con un espesor óptico σ muy pequeño (ópticamente delgado, $\mathbf{k}L \ll 1$), la luz casi no es absorbida en una toda la distancia y al final de una distancia $x = L$, $I_f = I_0 - \mathbf{k}L I_0$. Agrupando, $I_f = I_0(1 - \mathbf{k}L)$. Finalmente, $I_f \approx I_0$.
6. a) El espesor óptico en el interior del Sol es grueso, es decir, $\sigma \gg 1$, por lo tanto desde la Tierra un observador solamente vé la capa pequeña que se considera como atmósfera del Sol. En otras palabras, para un observador en la Tierra, no es posible ver (a ninguna frecuencia de onda electromagnética) las capas internas del Sol.
- b) El espesor óptico del medio interplanetario se considera, en general, delgado, es decir, $\sigma \ll 1$ por lo tanto, la radiación que emite el Sol, no sufre absorción.