

# ASTROFISICA GENERAL

Facultad de Ciencias,

Universidad Nacional Autónoma de México

**Prof: Dr. José Antonio García Barreto**

1. Para un observador en la Tierra, el ángulo sólido de una estrella es sólo el ángulo sólido que subtende el hemisferio por donde emite la radiación electromagnética y que “vé” el observador con respecto al vector unitario del área de recepción. En notas de clase se obtuvo el valor de  $\Omega_{estrella} = \pi$  (rad)<sup>2</sup>. El flujo espectral (por unidad de área),  $F_\nu$ , de radiación electromagnética de un objeto celeste (una estrella), es la integral del brillo (ó brillantez) de un cuerpo que emite como cuerpo negro (Ley de Planck), sobre el intervalo de frecuencias  $d\nu$ .  $F_\nu = \int S_\nu d\nu$ , donde  $S_\nu = \int B(\nu, T)d\Omega$ . Escriba la expresión matemática para  $F_\nu$  para una estrella que emite de acuerdo a la Ley de Planck (expresión para cualquier valor del cociente  $h\nu/\kappa T$ ).
2. Substituya  $x = (h\nu/\kappa T)$  y exprese  $F_\nu$  en función de x.
3. En el caso del intervalo de frecuencias desde 0 hasta  $\infty$ , la integral sobre la variable x, se puede encontrar en función de la función Riemann- Zeta,  $\xi(z)$ , y la función Gamma  $\Gamma(z)$ . De tal manera que  $\xi(z) = \frac{1}{\Gamma(z)} \int_0^\infty \frac{x^{z-1}}{e^x-1} dx$ .
  - a) ¿Qué valor de z se necesita para expresar la integral de la expresión del ejercicio 2 en términos de la función Riemann-Zeta  $\xi(z)$ , y la función Gamma  $\Gamma(z)$ ?
  - b) Exprese la integral de la expresión del ejercicio 2 en función de la función  $\xi$ , y la función  $\Gamma$  con el valor adecuado de la variable z.
  - c) Los valores de  $\xi(z)$ , y  $\Gamma(z)$  se pueden encontrar en tablas. En especial para  $z = 4$ ,  $\xi(z = 4) = \frac{\pi^4}{90}$  y  $\Gamma(4) = (4 - 1)!$  Encuentre el valor de la integral del enunciado 2.

4. Substituya el valor de la integral encontrada en el problema 3 inciso c) en la expresión de  $F_\nu$  que se encontró en la expresión del ejercicio 2. Encuentre la expresión final de  $F$  en términos de  $\pi$ ,  $\kappa$ ,  $h$ ,  $c$ ,  $T$ . Esta es la expresión para el flujo (por unidad de área) de una estrella que emite en todas las frecuencias del espectro electromagnético a través de un ángulo sólido  $\Omega_{\text{estrella}}$ .