

ASTROFISICA GENERAL

Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México

Prof: Dr. José Antonio García Barreto

1. El flujo espectral, integrando sobre todo el espectro electromagnético, es

$$F = \int_0^\infty d \int_0^\infty \frac{2h}{c^2} \frac{e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu. \quad \text{Tomando el dato del enunciado para la integral del ángulo sólido,}$$

$$F = \pi \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu.$$

2. Haciendo cambio de variables, y substituyendo $x = \frac{h\nu}{kT}$ se tiene

$$F = \frac{2h\pi}{c^2} \left(\frac{T}{h}\right)^3 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} \left(\frac{T}{h}\right) dx \quad \text{finalmente } F = \pi \frac{2T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx.$$

3. Si, y sólo si el intervalo de frecuencias es de cero a infinito, $(z) = \frac{1}{(z)} \int_0^\infty \frac{x^{(z-1)}}{e^x - 1} dx$

a) $z = 4$.

b) $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = (z = 4)(z = 4)$.

c) Substituyendo valores de las funciones Riemann-Zeta y Gamma dadas en los enunciados,

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{90} \cdot 6, \quad \text{finalmente } \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}.$$

4. Substituyendo el valor de la integral, del resultado del ejercicio 3 inciso c), se tiene (sin el subíndice ν), $F = \pi \frac{2T^4}{c^2 h^3} \frac{\pi^4}{15}$. A la constante $\frac{\pi^5}{15c^2 h^3}$ se le conoce como la constante de

Stefan-Boltzmann, σ_B . Nótese que el flujo total, $F = \sigma_B T^4$, depende solamente de la temperatura del objeto elevada a la cuarta potencia!